



## DoE-Happen #35

### Welchen Einfluss hat ein Ausreißer auf das DoE-Design ?

08. Okt. 2024 / Stefan Moser

Nachdem wir uns im letzten Blogbeitrag mit den Auswirkungen von Ausreißern durch abweichende Faktoreinstellungen im Versuchsplan beschäftigt haben, möchte ich Ihnen heute einige Kennzahlen genauer vorstellen.

**Beginnen wir mit der bekanntesten Kennzahl: der „Condition Number“.**

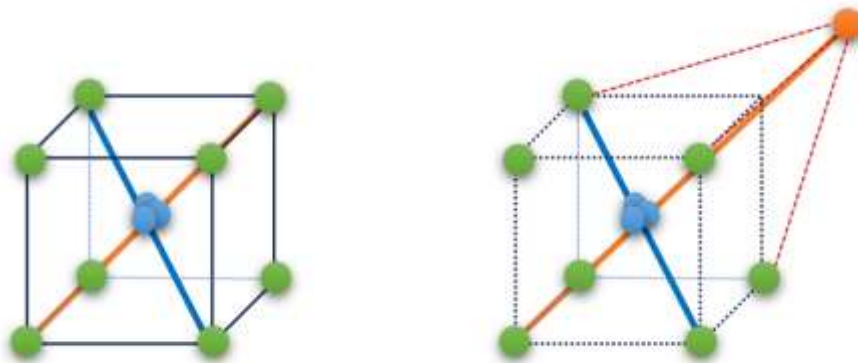


Abbildung 1: vereinfachte Darstellung eines Experiments im rechten Plot, das in zwei Faktorebenen eine Abweichung zur ursprünglich definierten Level-Ebene aufweist, wodurch sich die Raumdiagonalen signifikant in ihrer Länge unterscheiden.

#### Was sagen Kennzahlen wie die „Condition Nr.“ gemeinsam aus?

In allen Fällen bedeutet ein abweichendes Faktor-Setting nicht zwangsläufig, dass es zu einem Ausreißer in den Zielgrößen kommt. Es ist jedoch wahrscheinlich, dass signifikant abweichende Faktoreinstellungen zu starken Schwankungen in den Zielgrößen führen, vor allem, wenn die betroffenen Faktoren eine hohe Bedeutung haben. Ein zentrales Ziel der Versuchsplanung besteht darin, die unterschiedlichen Einheiten der Faktoren durch Normierung auf skalierte, einheitliche Werte zu übertragen. Nur so lassen sich die Effekte der Faktoren trotz ihrer ursprünglichen, teils sehr unterschiedlichen Einheiten sauber vergleichen.

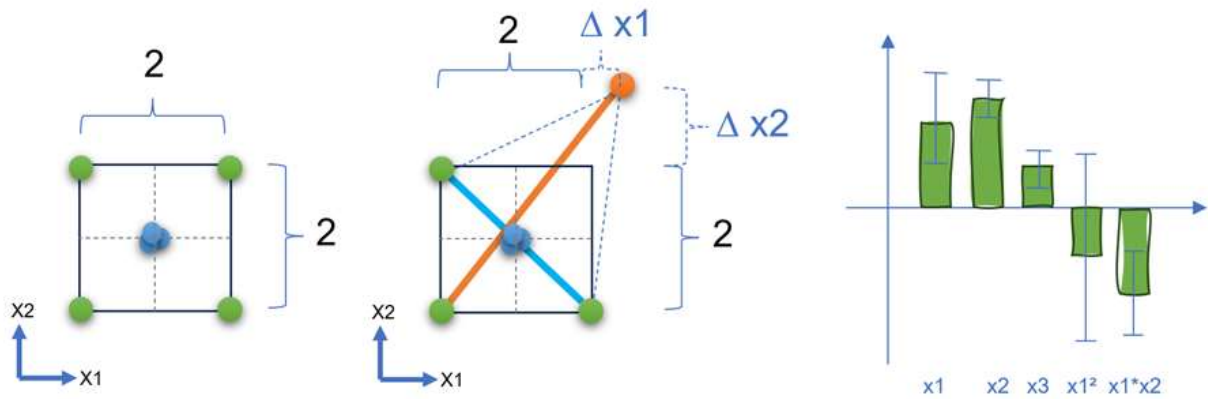


Abbildung 2: Links ideales Design, Bild Mitte verzerrtes Design, Bild rechts Koeffizienten-Plot.

**Was passiert bei einer Verzerrung des Designs?** Eine Verzerrung des Designs beeinflusst die unabhängige Untersuchung der Effekte, da die Experimente nicht mehr orthogonal zueinanderstehen. Im Koeffizienten-Plot können Sie erkennen, ob die Effekte mit der Zielgröße positiv oder negativ korreliert sind. Wenn die Balken nach oben zeigen, bedeutet dies, dass höhere Faktorwerte zu einer höheren Zielgröße führen, und umgekehrt.

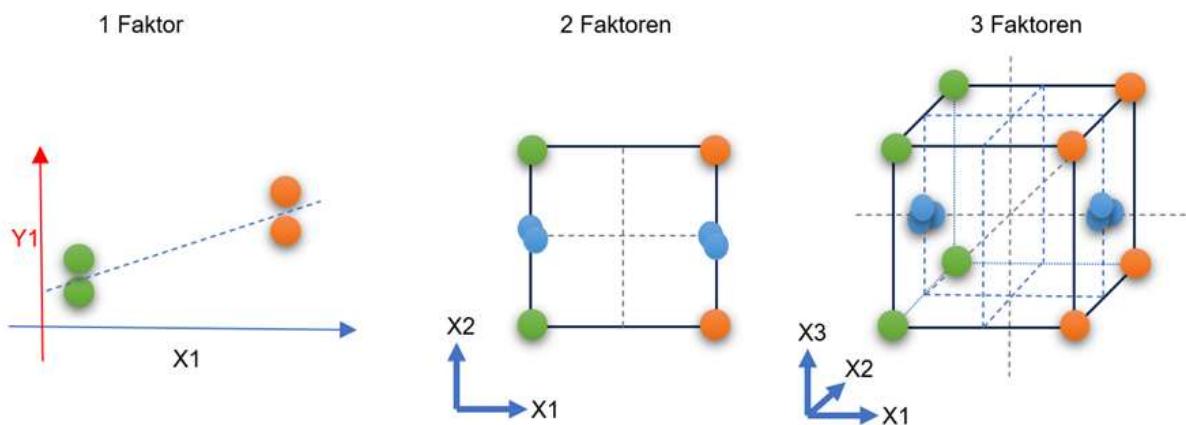


Abbildung 3: Links Regression; Mitte 2-Faktor Design; Rechts 3-Faktor Design jeweils mit zwei Exp.-Gruppen eines Faktors auf zwei Leveln farblich markiert

### Ein weiteres Beispiel:

Im vorangehenden Plot sehen Sie, wie der Faktor  $x_1$  systematisch und unabhängig von den anderen Faktoren untersucht werden kann. Dies liegt daran, dass in der Ebene  $x_1$  nur der Faktor  $x_1$  variiert wurde, während die anderen Faktoren auf ihren Werten gehalten wurden. So lässt sich der mittlere Effekt von  $x_1$  unabhängig von den anderen Faktoren berechnen. Diese systematische Aufteilung der Experimente gilt ebenso für  $x_2$  und  $x_3$ .

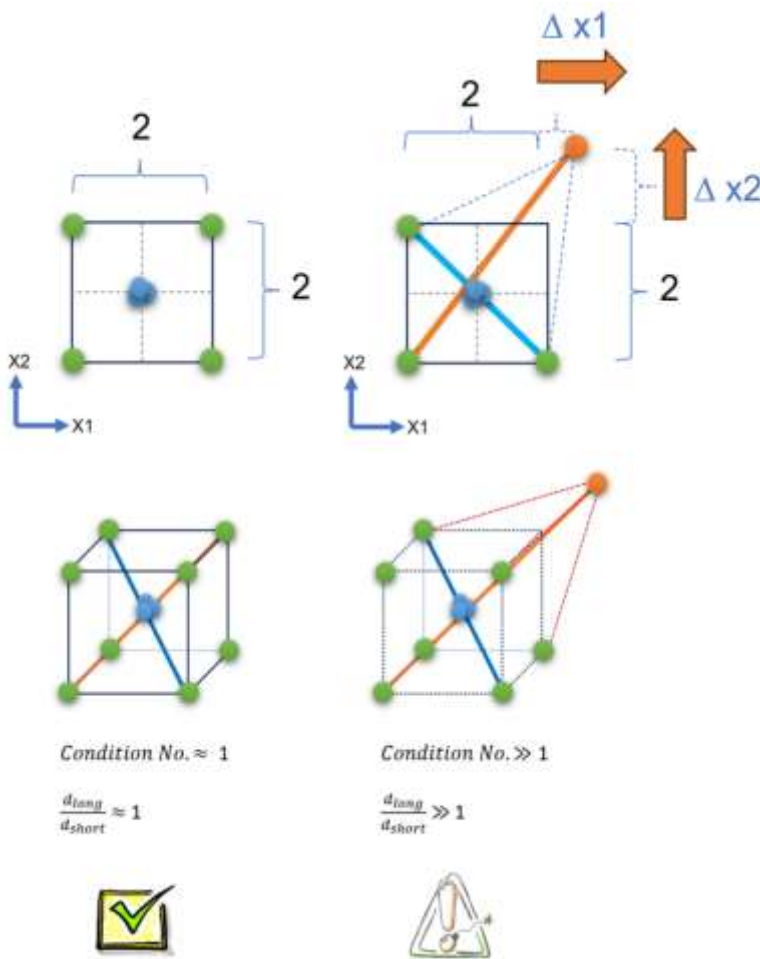


Abbildung 4: Darstellung verschiedener Designs mit und ohne Ausreißer

### Was passiert bei einer Verzerrung?

Eine Verzerrung wie im voranstehenden Bild lässt eine unabhängige Berechnung der Effekte nicht mehr zu, da die Experimente über die Betrachtungsebene hinaus in anderen Dimensionen verzerrt wurden.

**Die Condition Number** wird als das Verhältnis der längsten zur kürzesten Raumdiagonale berechnet. Stellen Sie sich vor, Ihre drei Faktoren spannen einen Raum auf. Solange die Faktoreinstellungen der Experimente orthogonal zueinanderstehen entspricht der Raum einem Würfel und die Diagonalen bleiben gleich lang, was auf eine stabile Versuchsplanung hinweist. Wenn jedoch Verzerrungen auftreten – etwa, weil ein Experiment nicht an der vorgesehenen Stelle im Versuchsraum durchgeführt wurde oder die Faktoreinstellungen nicht genau eingehalten und dokumentiert wurden – verändert sich das Verhältnis der Raumdiagonalen.

- ➔ Eine steigende Condition Number deutet auf eine zunehmende Raumverzerrung hin, was zur Folge hat, dass das Design weniger robust ist und die Schätzungen der Effekte unzuverlässiger werden. In unserem Beispiel entspricht dies dem Verhältnis der orangen zur blauen Linie.

### Mehrdimensionalität und die Condition Number

Jetzt fragen Sie sich vielleicht: „Und was ist mit dem mehrdimensionalen Raum?“ Bei mehr als drei Faktoren wird die Berechnung der Diagonalen komplexer. Hier kommt die Matrizenrechnung ins Spiel. Mithilfe von Matrizen und der Singulärwertzerlegung (SVD) können wir die längste und kürzeste Raumdiagonale auch in höherdimensionalen Räumen berechnen.

### Die Formel zur Berechnung der Condition Number lautet:

Die Berechnung der Condition Number basiert auf der Singulärwertzerlegung (SVD) einer Matrix. Für eine Design-Matrix  $X$  gilt:

$$\text{Condition Number: } \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$$

Wobei der größte und der kleinste Singulärwert der Matrix ist. Doch keine Sorge, moderne DoE-Software berechnet diese Kennzahl für Sie – das Verständnis der Bedeutung reicht für die Beurteilung völlig aus.

## Grenzwempfehlungen zur Condition Number: Wann ist ein Design „gut“?

Condition Number	Screening & Robustness Testing	Optimization
Gutes Design	<3	<8
Fragwürdiges Design	3-6	8-12
Schlechtes Design	>6	>12

Tabella 1: Grenzwerten zur Condition Number

### Was bedeuten diese Werte?

#### Gutes Design:

- **Screening & Robustness Testing:** Eine Condition Number unter 3 zeigt, dass das Design stabil ist und eine gute Trennung der Faktoren ermöglicht. Die präzise Schätzung der linearen Effekte ist hier gewährleistet, und je nach Design-Auswahl sind auch Wechselwirkungen (interactions) korrekt erfassbar. Der Grund dafür ist, dass eine niedrige Condition Number anzeigt, dass die Faktoren nahezu orthogonal zueinanderstehen und daher unabhängig analysiert werden können. Orthogonalität ist ein Schlüsselkriterium für die Unabhängigkeit der Faktoren, was besonders in Screening-Designs wichtig ist.
- **Optimierungsdesigns:** Ein Wert unter 8 gilt als ideal. In Optimierungsdesigns müssen die Effekte der Faktoren genau geschätzt werden, um Vorhersagen für das System zu treffen. Hier ist eine etwas höhere Condition Number akzeptabel, da Optimierungsdesigns oft komplexer sind und mehr Trade-offs enthalten. Die Genauigkeit bleibt jedoch bei Werten unter 8 gegeben.

*Ergänzender Hinweis: Bei Attributiven oder qualitativen Faktoren kann die Condition Number weniger relevant sein, da hier keine linearen Zusammenhänge vorliegen und die Faktoren oft nicht skaliert sind. Solche Faktoren werden häufig in Mixed-Models anders behandelt.*

#### Fragwürdiges Design:

- Eine Condition Number zwischen 3 und 6 (Screening) oder 8 und 12 (Optimierung) deutet darauf hin, dass das Design potenziell anfällig für Verzerrungen (bias) ist. Das kann dazu führen, dass die Schätzung der Effekte weniger präzise ist, da das Design möglicherweise nicht mehr vollständig orthogonal ist. In diesem Fall ist es ratsam, das Design genauer zu analysieren und zu optimieren. Ursachen für eine fragwürdige Condition Number können z.B. Ausreißer, falsch gewählte Faktoreinstellungen oder eine ungünstige Design-Geometrie sein, die den Versuchsraum verzerrt.

#### Schlechtes Design:

- Werte über 6 (Screening) oder 12 (Optimierung) weisen darauf hin, dass das Design erhebliche Probleme aufweist. Hier ist die Schätzung der Effekte sehr wahrscheinlich verzerrt, was zu falschen oder unzuverlässigen Prognosen führt. In solchen Fällen sollte das Design gründlich geprüft und angepasst werden. Ursachen für eine schlechte Condition Number können Tippfehler, Übertragungsfehler, falsche Skalierungen oder Copy/Paste-Fehler sein. Eine mögliche Lösung besteht in der Neuskalierung des Designs oder der Ergänzung durch zusätzliche orthogonale Versuche, um die Robustheit zu erhöhen.

#### Quellen für Grenzwerte zur Condition Number:

- Die Grenzwerte zur Condition Number finden sich oft in Standardwerken zur Design of Experiments (DoE) sowie in der Dokumentation führender DoE-Software-Pakete, wie z.B. Modde oder JMP.

## Im nächsten Beitrag beschäftigen wir uns mit der G-Efficiency.

Wenn Sie den Überblick über Kennzahlen wie die Condition Number behalten wollen, besuchen Sie meine Webseite [www.stefan-moser.com](http://www.stefan-moser.com) in der Rubrik Blogs, wo Sie alle bisherigen Beiträge finden.

Ich hoffe Ich konnte Ihnen etwas die Bedenken gegenüber zukünftig übersehenen Ausreißern in Ihren Modellen nehmen. Natürlich werden diese Effekte bei kleinen moderaten Abweichungen viel weniger ins Gewicht fallen und brauchen ein geschultes Auge.

Sollten Sie Fragen zu Ihrer Versuchsplanung haben oder bei einigen Punkten unsicher sein, dann ist jetzt genau der richtige Moment, um mich zu kontaktieren. Ich freue mich immer, von Lesern zu hören, die meine Begeisterung für DoE (Design of Experiments) teilen. Was ursprünglich als Ziel begann, meinen Studenten den Zugang zu DoE zu erleichtern, hat sich längst zu einer echten Leidenschaft entwickelt – eine Leidenschaft, die ich gerne mit Ihnen und allen Interessierten teile.



🗨️ Bleiben Sie am Ball! In den kommenden #DoE-Happen vertiefen wir diese und andere Fragestellungen. Bitte teilen Sie Ihre Erfahrungen in den #Kommentaren. Und da dies erst der Beginn unserer Blogreihe ist, können Sie die Themenrichtung mitgestalten. Ich freue mich darauf, von Ihnen zu hören!

📅 Für regelmäßige Updates besuchen Sie meine Webseite: [www.stefan-moser.com](http://www.stefan-moser.com), wo Sie eine Übersicht und die Chronologie der Blog-Reihe finden.

## Ihr DFSS & DoE Trainer,

### Stefan Moser

*DFSS-Proj.-mgmt. Trainer, DoE & MVDA Lecturer, Trainer, Facilitator, Specialist SIMCA, MODDE, Impulse-Geber*

## Mein Angebot zur Begleitung und Weiterentwicklung:

Ich biete DoE-Kurse an, die vom Einsteiger- bis zum Masterkurs reichen. Dabei decke ich alle relevanten Bereiche ab: von Fokus-Kursen zu Themen wie Screening, Charakterisierung, Optimierung und Robustheit bis hin zu Spezialkursen zu Mischungs- und Formulierungsdesigns, Stabilität oder spezifischen hierarchischen Designs wie Red Mup.

Neben diesen Kursen unterstütze ich meine Kunden bei der Versuchsplanung – sei es durch gezielte Beratung oder in Form von Troubleshooting oder Workshops. Ich begleite Sie in allen Phasen: von der Problemformulierung und Machbarkeitsstudie über die Optimierung bis zur robusten Absicherung Ihrer Prozesse.

Neben meinem Lieblingsthema DoE biete ich auch Kurse in den Bereichen MVDA, DFSS und QFD an. Hier unterstütze ich unter anderem die Ausbildung zum DFSS-Manager in den Stufen Yellow, Green und Black Belt. Diese Kurse realisiere ich in Zusammenarbeit mit meinen Partnern.

Wenn Sie Ihre Prozesse und Methoden auf das nächste Level bringen möchten, finden wir gemeinsam die passende Lösung!



Wenn Sie dazu mehr erfahren möchten, So finden Sie diese Hinweise auf meiner Webseite. [www-stefan-moser.com](http://www-stefan-moser.com)

Gerne können Sie mich auch direkt anschreiben unter [info@stefan-moser.com](mailto:info@stefan-moser.com)